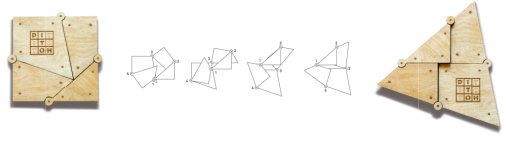
FALTMODELL "SIR DUDENEY" & DIE PLATONISCHEN KÖRPER

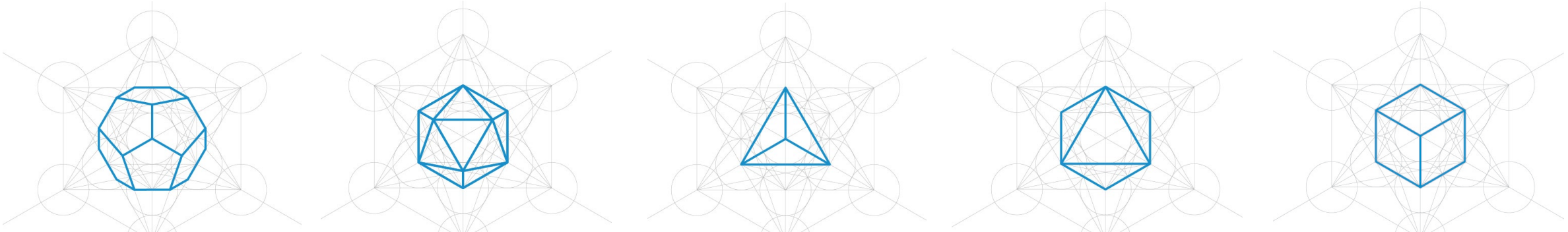
“DIE MATHEMATIK ALS FACHGEBIET IST SO ERNST, DASS MAN KEINE GELEGENHEIT VERSÄUMEN SOLLTE, SIE ETWAS UNTERHALTSAMER ZU GESTALTEN.”

BLAISE PASCAL (1623 – 1662)

FALTMODELL "SIR DUDENEY" & DIE PLATONISCHEN KÖRPER



Die Platonischen Körper



Unser Ziel ist es, die 5 Platonischen Körper mit einer minimalen Anzahl an Flächen aufzubauen.

altes System: 38 Flächen

unser System: nur 20 Flächen !

Um unser Ziel zu erreichen, benötigen wir 2 spezielle Faltmodelle. Das erste nennt sich „Sir Dudeney“ und das zweite „Mister Goldberg“. Wir diskutieren jetzt das Faltmodell „Sir Dudeney“:

Vorbereitung für das erste Faltmodell

Worum geht es?

Wir interessieren uns für die Dissection von Sir Henry E. Dudeney (1857 – 1930). Dies deshalb, weil sie vom gleichseitigen Dreieck ins Quadrat transformiert, und wir genau diese Flächen auch bei den Platonischen Körpern antreffen.

Zerlegungsgleichheit

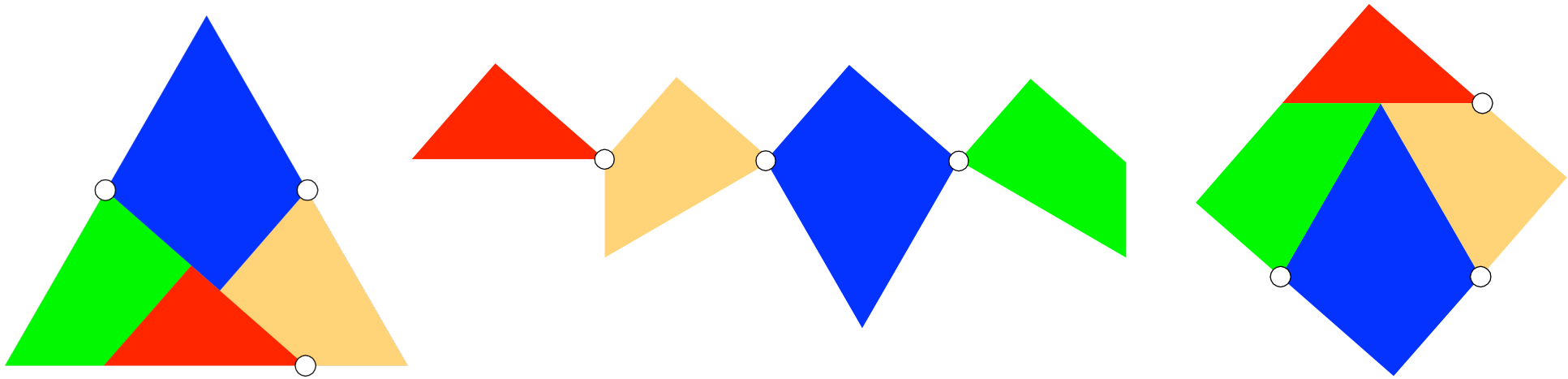


Abb. 1: Gemeinsame Zerlegung mit vier Teilen nach Dudeney

Wie kommt man auf diese Zerlegung?

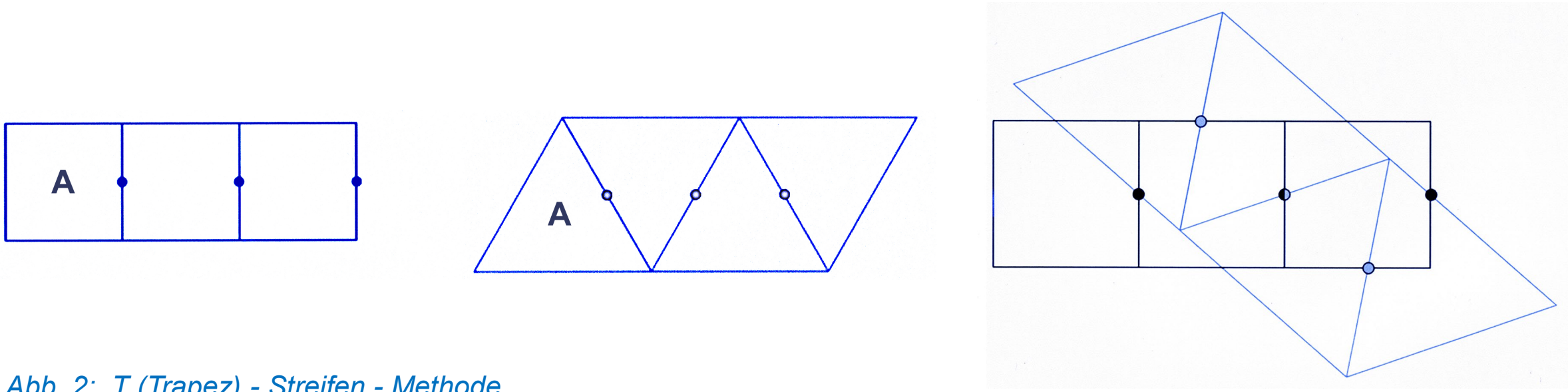


Abb. 2: T (Trapez) - Streifen - Methode

Allein mit dem Wissen, dass beide Flächen gleich groß sein müssen, können wir nun sämtliche Längen und Winkel berechnen, welche für die Konstruktion von Dudeney‘s Zerlegung notwendig sind.

Bezeichnungen und Daten

Wir setzen den gemeinsamen Flächeninhalt 1.
Das Quadrat (Abb. 3) hat also die Seitenlänge a = 1.
Für die Seitenlänge s des gleichseitigen Dreiecks
ergibt sich aus dem Flächeninhalt 1:

$$s = 2/\sqrt[4]{3} \simeq 1.5196713713 \qquad (1)$$

Für s/2, die in der Abbildung 2 mehrfach erscheint, daher:

$$s/2 = 1/\sqrt[4]{3} \simeq 0.7598356856 \qquad (2)$$

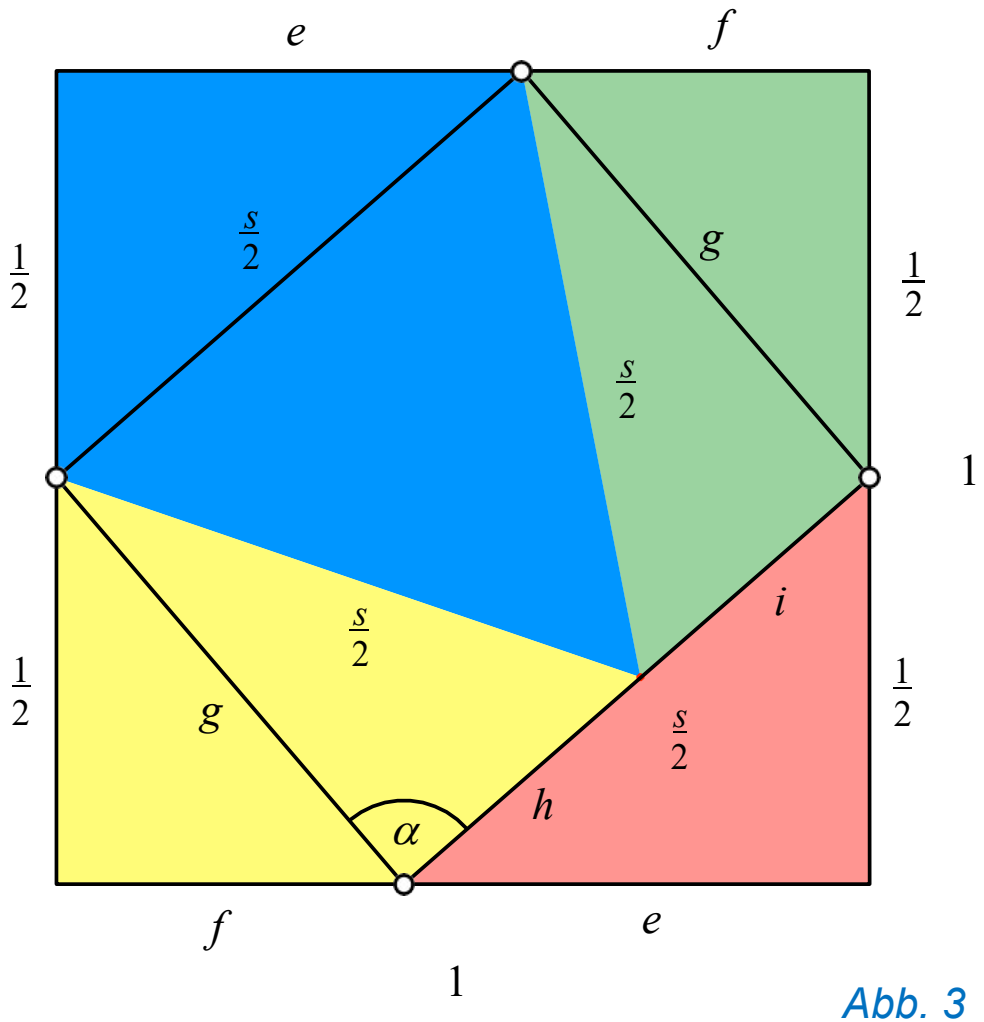


Abb. 3

Bezeichnungen und Daten

Weiter ist:

$$e = \sqrt{[(s/2)^2 - (1/2)^2]} = \sqrt{[1/\sqrt{3} - 1/4]} \simeq 0.5721453217 \qquad (3)$$

$$f = 1 - e \simeq 0.4278546782 \qquad (4)$$

$$g = \sqrt{[f^2 + (1/2)^2]} \simeq 0.6580726599 \qquad (5)$$

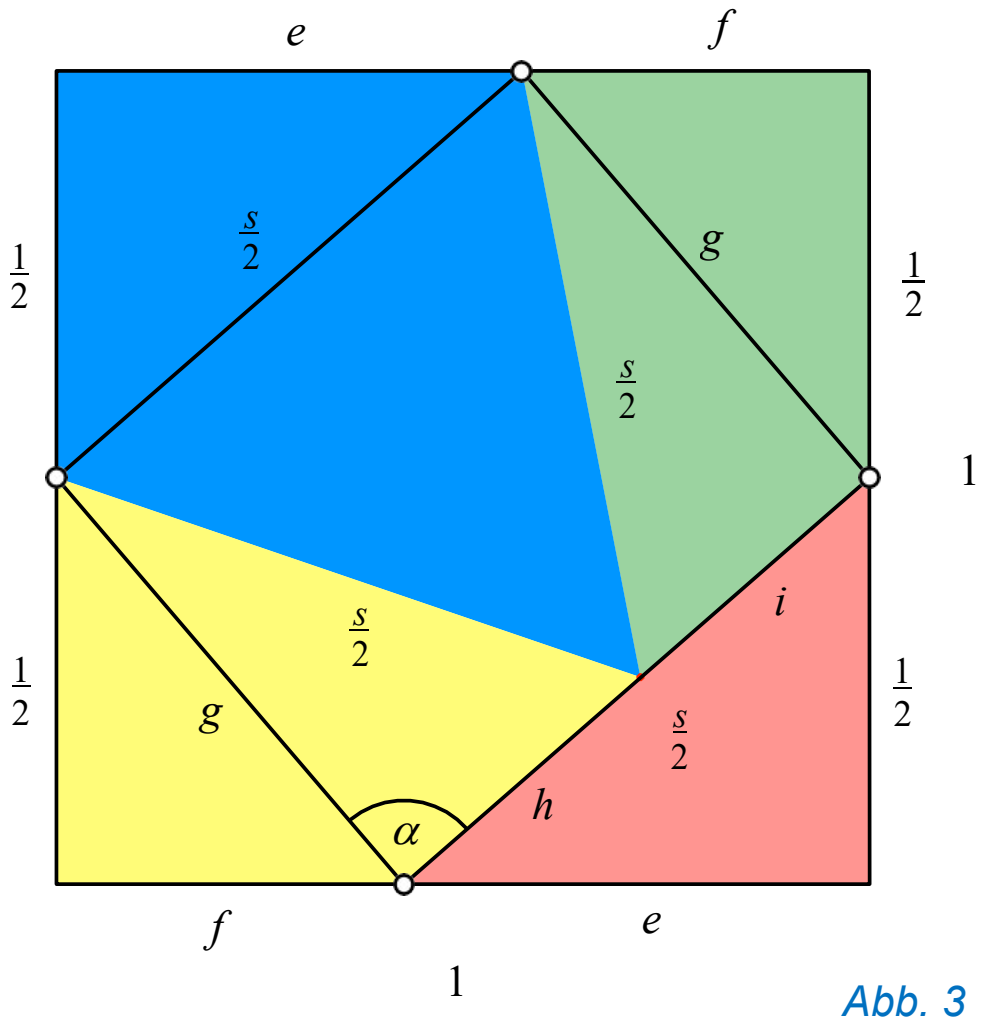


Abb. 3

Bezeichnungen und Daten

Das schwarz eingezeichnete Viereck ist ein Parallelogramm.
Sein spitzer Winkel ist:

α = 180° - $arctan$[1/(2e)] - $arctan$[1/(2f)] ≃

89.4035784945° (6)

Das Parallelogramm ist also kein Rechteck!

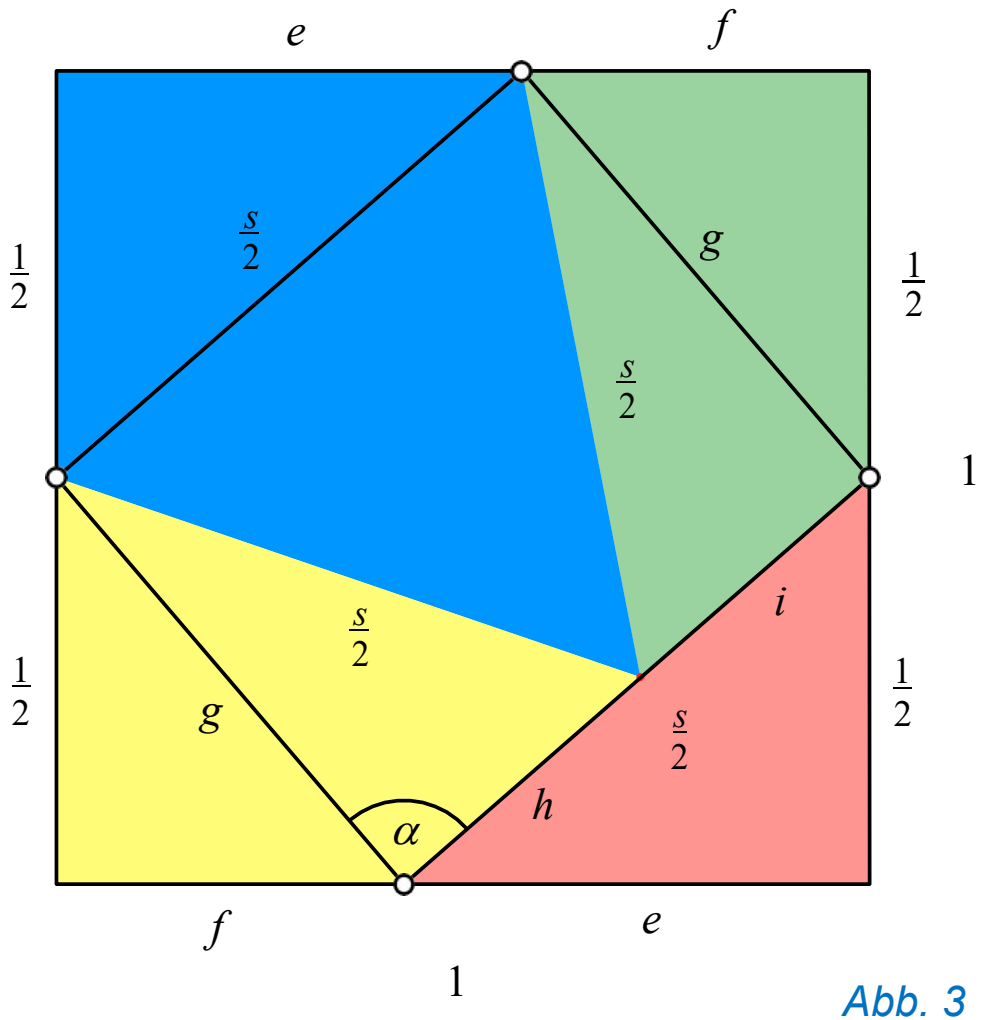


Abb. 3

Bezeichnungen und Daten

Weiter ist:

$h = s/4 + g \times cos(\alpha) \simeq 0.3867679389$ (7)

und

$i = s/4 - g \times cos(\alpha) \simeq 0.3730677466$ (8)

(7) & (8) ergeben in Summe (2).

Damit sind die vier Teile der Zerlegung konstruierbar.

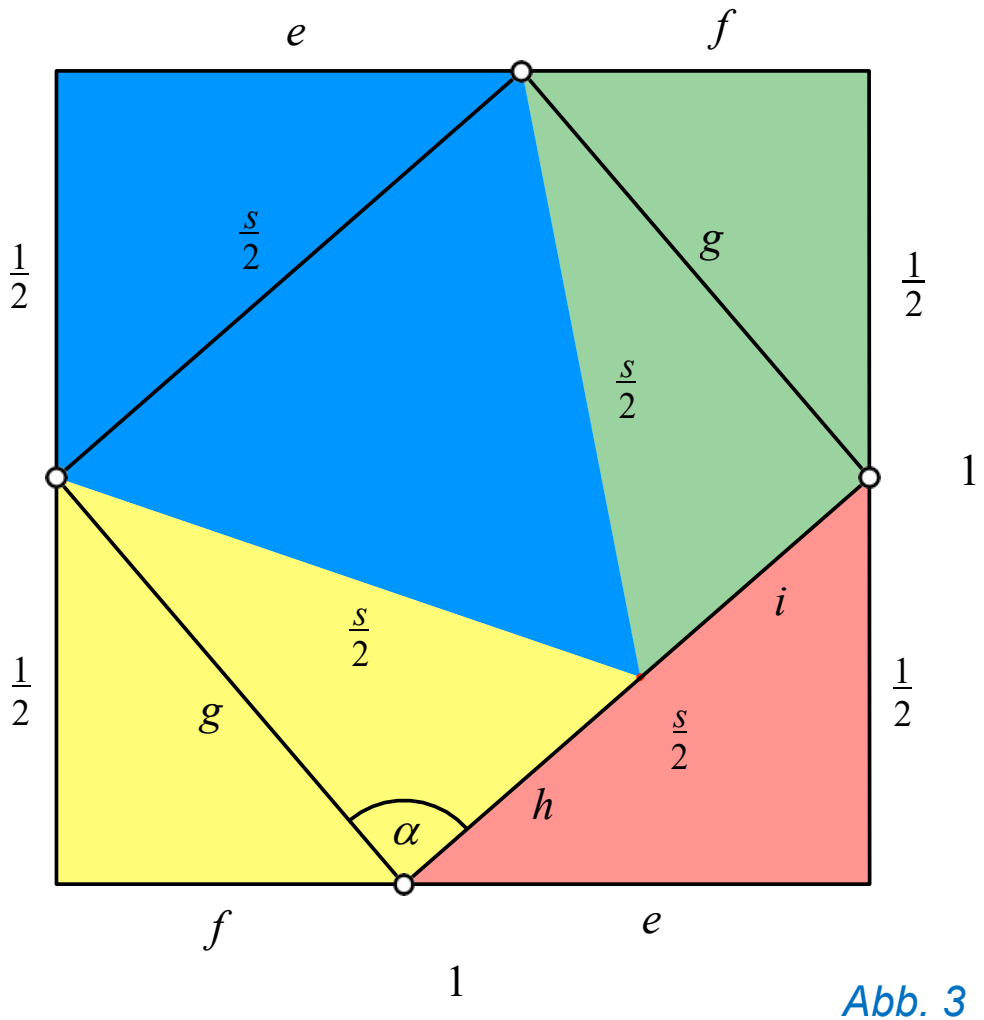


Abb. 3

Neuheit: Ein Gelenkmodell, das alle Teile verbindet !

Bisher:
Dudeney‘s Zerlegung beruht auf 3 Gelenken

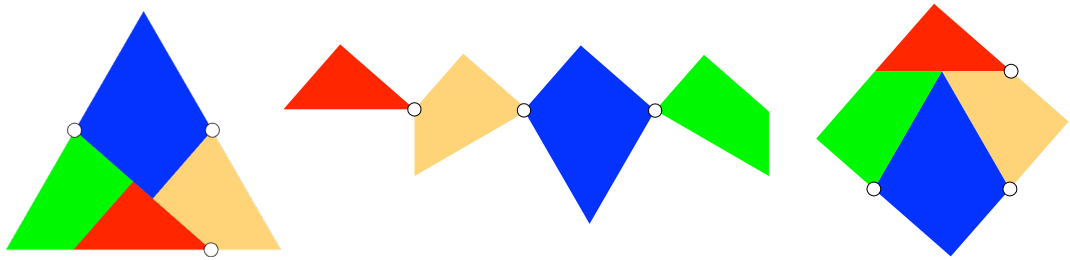


Abb. 4: Klassisches Verfahren

NEU:
Unsere Zerlegung beruht auf 4 Gelenken

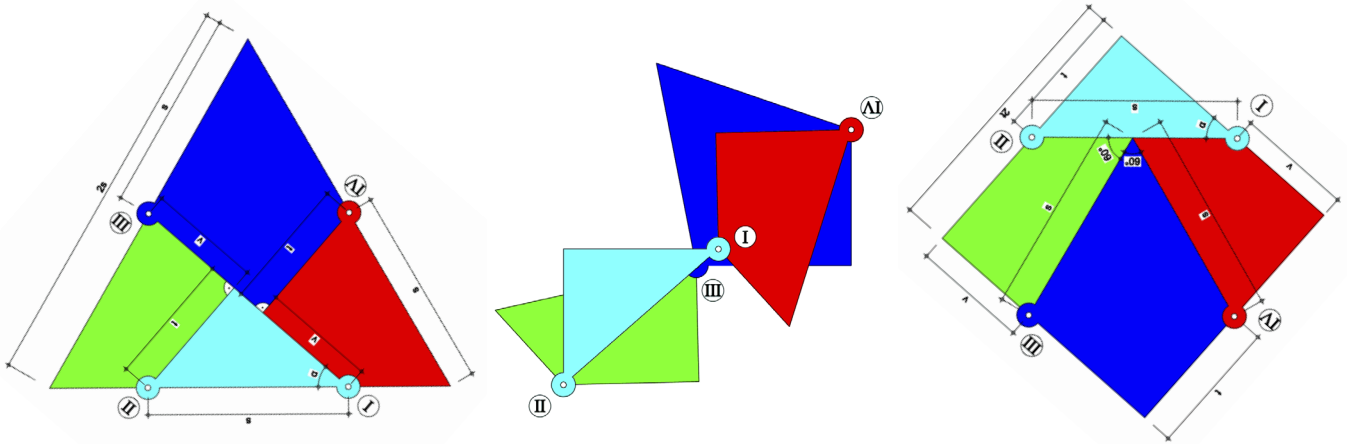
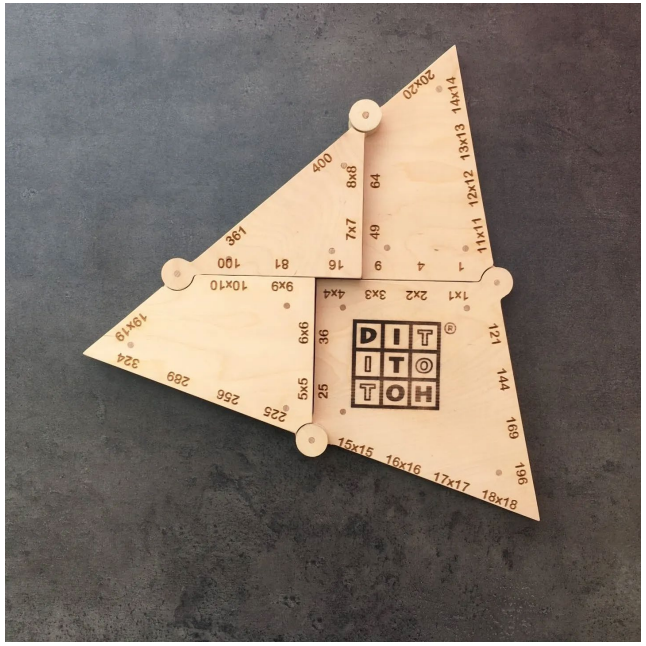
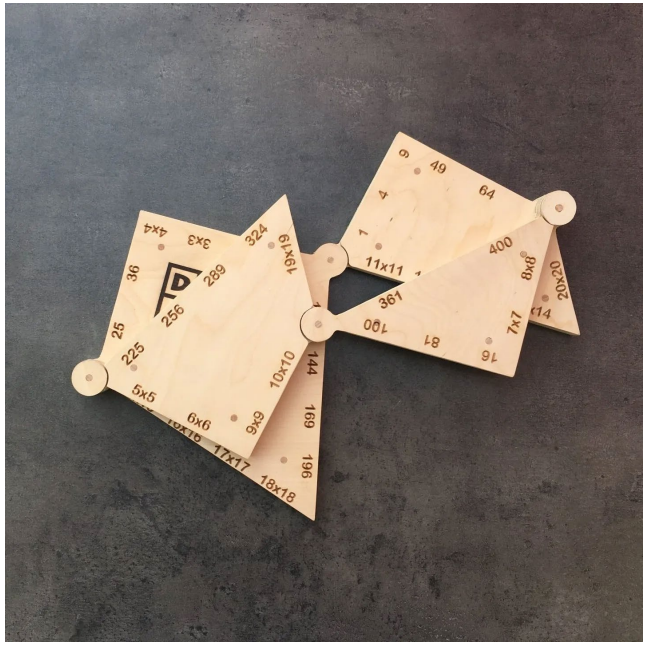


Abb.5: Parallelogramm Gelenkmodell

Anzahl der Ebenen

Faltmodelle W34, W34+ verfügen über 2 Ebenen





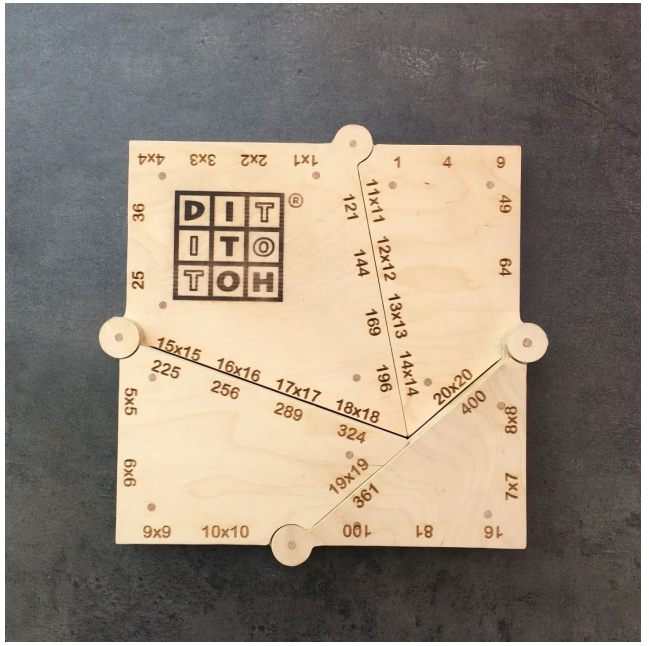
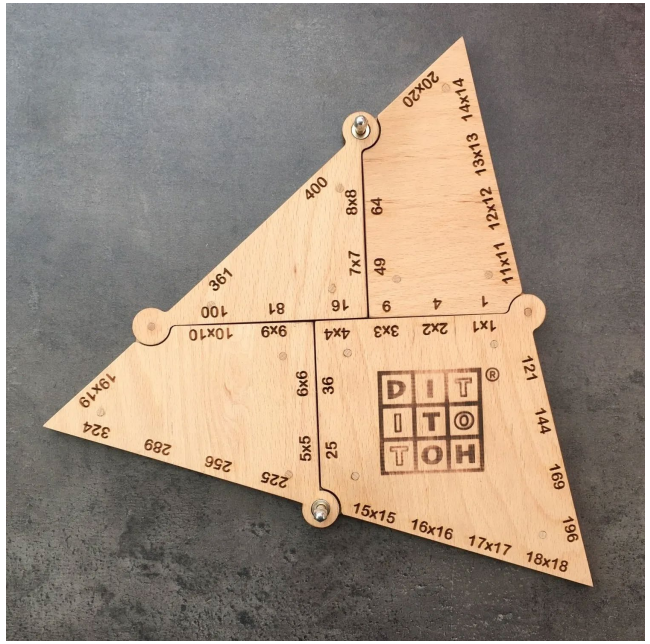
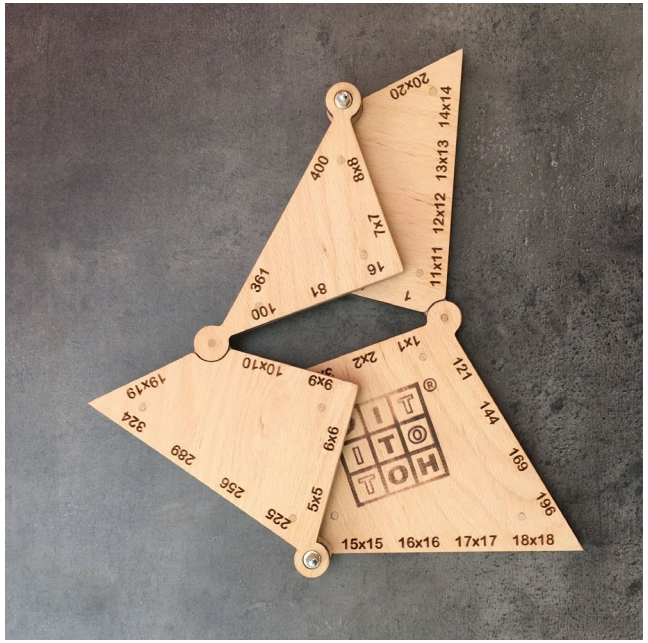


Abb. 6: Transformation gleichseitiges Dreieck - Quadrat

Anzahl der Ebenen

Faltmodell „Sir Dudeney“ verfügt über 1 Ebene – Aufbau der Platonischen Körper





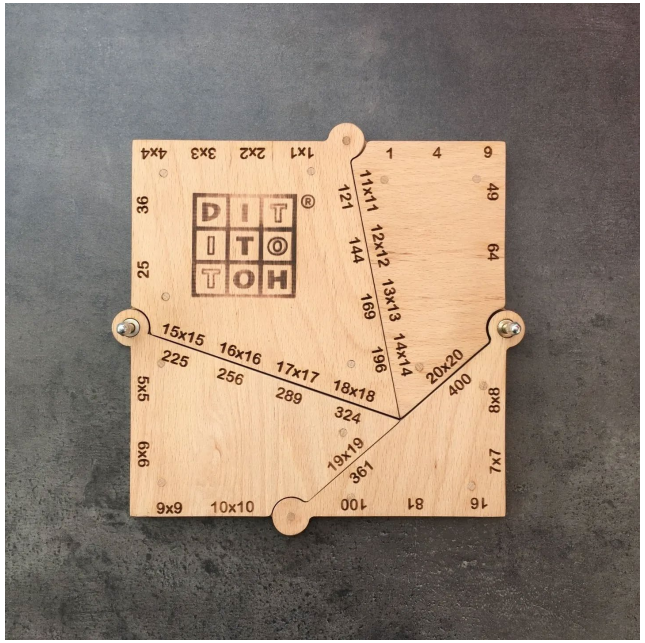
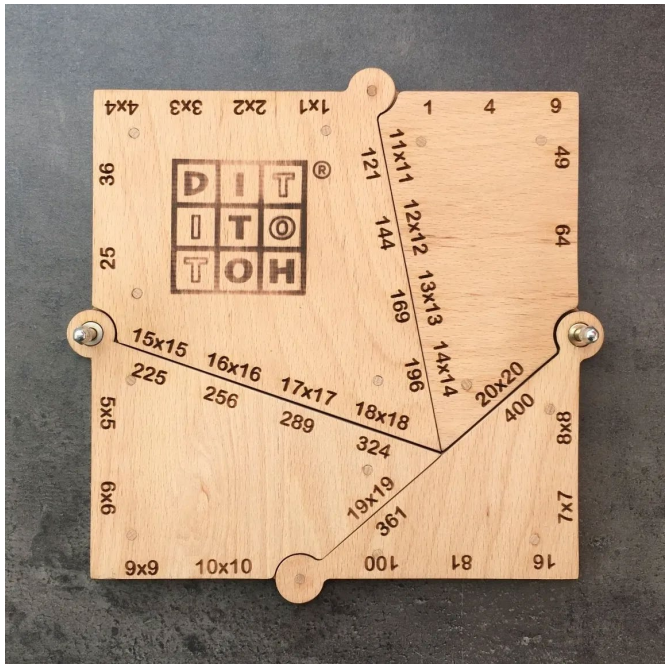


Abb. 7: Transformation gleichseitiges Dreieck - Quadrat / Aufbau der Platonischen Körper

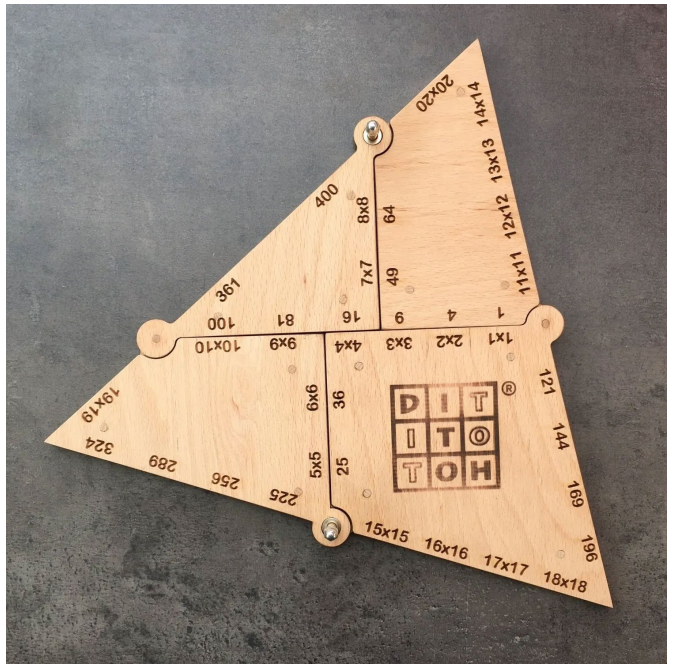
Beschriftung der Modelle W34, W34+ und Sir Dudeney

Zusätzlicher Lerneffekt! Motivation!

Vorderseite - Faltmodell „Sir Dudeney“



Kleines Einmaleins



Großes Einmaleins

Abb. 8

Rückseite - Faltmodell Sir Dudeney

Zusätzlicher Lerneffekt! Motivation!

- Geometrie der Fläche

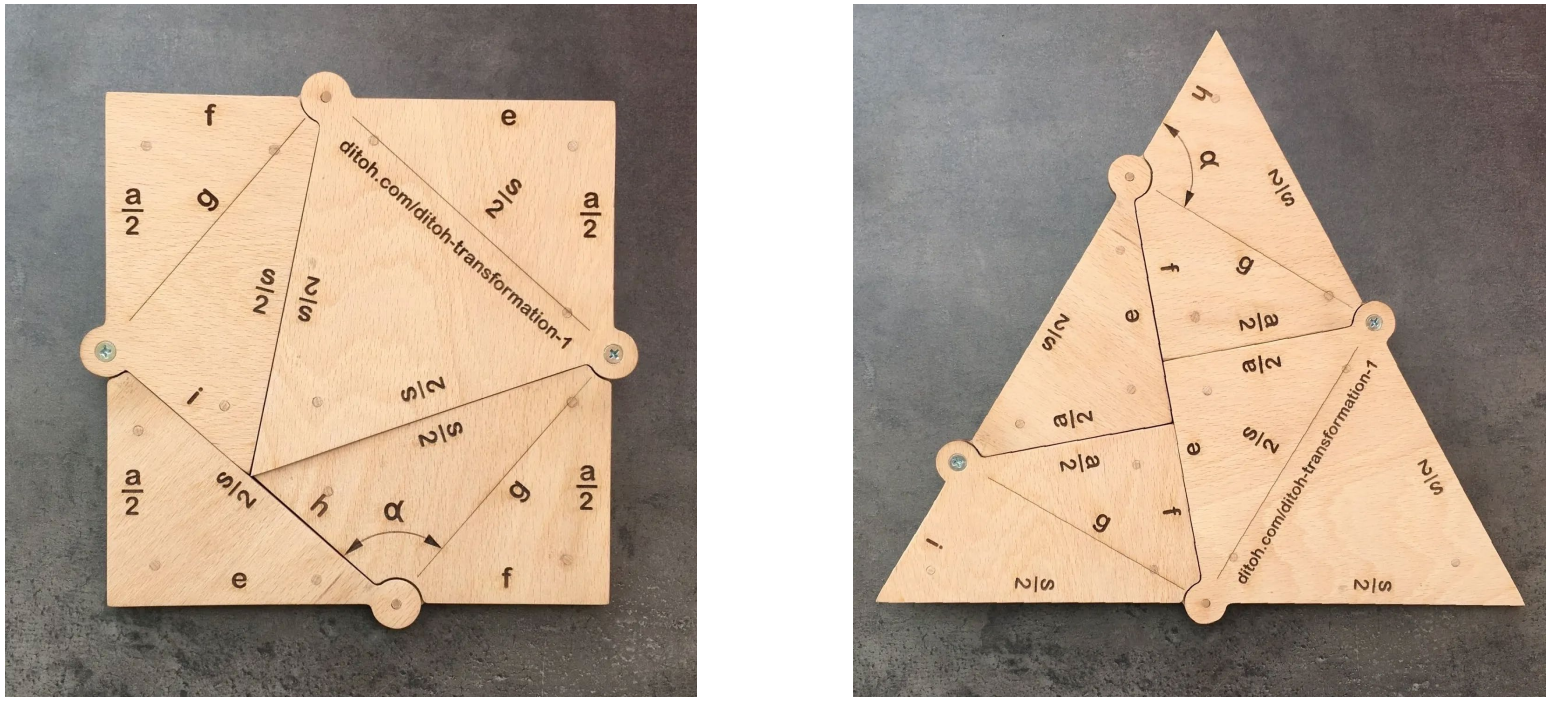


Abb. 9: Geometrie der Fläche